

Prov för spetsmatte, åk9 – Vektorer, procent & samband, den 6 feb 2025

Tillåtna hjälpmedel: Penna, sudd, linjal, formelblad, digitalt verktyg.

Namn: _____

Skola: _____ DigiExam ID: 15 36 62 71 62

Max poäng på provet: 12/10/5

Omdömesgränser:

Godtagbart: 8

Lite mer än godtagbart: 11 varav 3C

Mer än godtagbart: 13 varav 5C

Mycket mer än godtagbart: 16 varav 1A

Extra mycket mer än godtagbart: 19 varav 3A

Vi skulle uppskatta om du tar dig tid att besvara den korta undersökningen nedan.

Som en del i planeringen av vår framtida verksamhet är vi nyfikna på hur du har prioriterat Lerums gymnasium i ditt gymnasieval.

Vänligen kryssa i det alternativ som stämmer för dig:

☐ Jag har valt Lerums gymnasium i **första hand**.

☐ Jag har valt Lerums gymnasium i **andra hand**.

Du får gärna dela med dig av relevant bakgrund eller tankar kring ditt val om du vill:

Tack för din hjälp!



**Lerums
gymnasium**

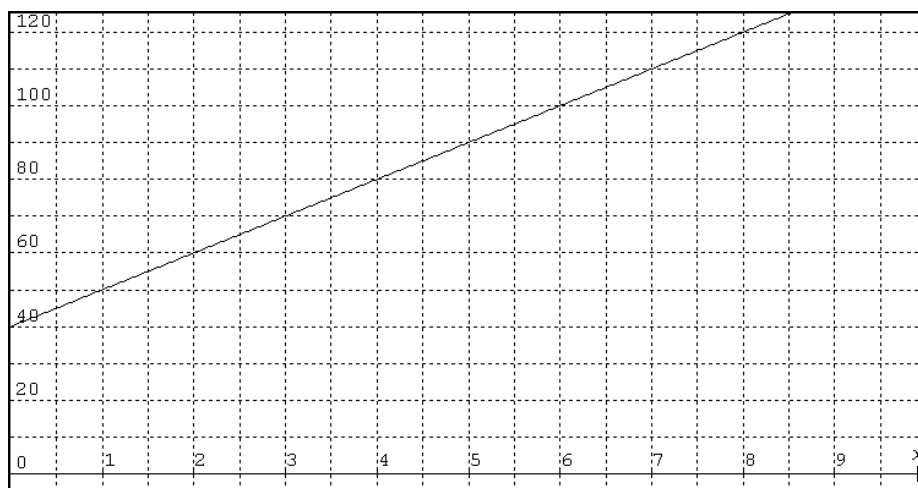
1. Tabellen nedan beskriver ett samband mellan två variabler x och y . Rosanna menar att tabellen beskriver en proportionalitet.

x	y
-3	18
-1	6
0,5	-3
2	-12
5	-30

Har hon rätt? Motivera.

(1/1/0)

2. I grafen nedan ser du hur priset på en taxiresa, y kr, varierar med körsträckan x km.



a) Hur stor är den fasta framkörningsavgiften?

(1/0/0)

b) Vad är den rörliga km-kostnaden?

(1/0/0)

c) Skriv en formel som beskriver hur totala kostnaden varierar med körsträckan.

(1/0/0)

3. Kostnaden för att hyra en cykel på ön Wangerooge i Tyskland kan beskrivas med funktionen $f(x) = 90x + 50$, där x är antal dagar.

a) Beräkna $f(3)$ och tolka ditt svar.

(2/0/0)

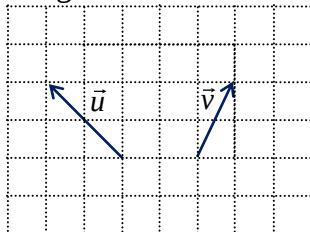
b) Lös ekvationen $f(x) = 500$ och tolka ditt svar.

(2/0/0)

- c) På Wangerooge får man hyra en cykel maximalt i en vecka.
Ange funktionens definitionsmängd och värdemängd.

(1/1/0)

4. Figuren visar vektorerna $\vec{u}$ och $\vec{v}$.



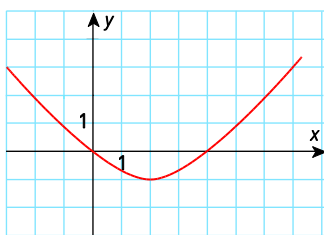
Rita vektorn $2\vec{v} - \vec{u}$.

(0/1/0)

5. Vektorn $\vec{a}$ har absolutbeloppet 8 och bildar vinkeln 30° med positiva x -axeln.
Bestäm vektorns koordinatframställning.
Vektorns x - och y -koordinater är båda positiva.

(0/1/0)

6. Bilden visar grafen till funktionen $y = f(x)$.



Bestäm med hjälp av grafen

a) $f(2)$

(1/0/0)

b) x så att $f(x) = 0$

(1/1/0)

7. Ett hus köptes för 1 850 000 kr. Värdet på huset förväntas vara 3 313 000 kr efter 10 år.

- a) Ställ upp en exponentialfunktion som beskriver värdet y kr x år efter att huset köptes.

(0/1/0)

Endast svar krävs.

- b) Bestäm den förväntade genomsnittliga årliga procentuella ökningen för huset.

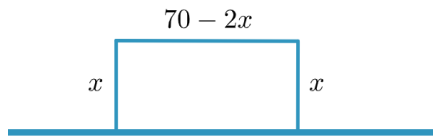
(0/1/0)

- c) Efter hur lång tid är huset värt 3 miljoner kr?

(0/2/0)

8. Massan (y gram) hos en metalltråd är proportionell mot trådens längd (x meter). En tråd med längden 25 m har massan 50 g. Teckna ett samband mellan y och x samt bestäm vikten av 180 meter av tråden. (1/1/0)

9. Gustaf ska bygga en rektangulär hage där ena sidan står mot en husvägg. Han har 70 m stängsel.



Han ställer upp funktionen $A(x) = x \cdot (70 - 2x)$ där x är antal meter.

Om Gustaf vill att hagen ska ha så stor area som möjligt, hur långa ska sidorna på hagen vara och vilken blir då den maximala arean (största arean)?

Förklara hur du löser uppgiften. (0/0/1)

10. Låt $f(x) = 5x + 2$ och $g(x) = 5x + b$. Bestäm b så att $f(g(x)) = g(f(x))$. (0/0/2)

11. Svensk lag definierar en dryck som innehåller mer än 2,25 volymprocent alkohol som en alkoholdryck. Var går gränsen räknat i viktprocent? Etanol har densiteten 0,789 kg/liter och vatten har densiteten 1,00 kg/liter. (0/0/2)

Bedömningsanvisningar

1.

Resonemang som visar förståelse för begreppet proportionalitet, även med felaktig slutsats ("Nej, en proportionalitet går genom origo och det gör inte den här") +1 E_B

Rätt svar ("Ja, den är en proportionalitet") med korrekt resonemang + 1 C_R

2. a) 40 kr +1 E_p

b) 1 km ger 50kr => 10kr/km +1 E_p

c) $y = 10x + 40$ +1 E_p

3.

a) Beräknar $f(3) = 320$ +1 E_B

Korrekt svar med godtagbar tolkning ("Att hyra cykel i tre dagar kostar 320 kr") +1 E_M

b) Ställer upp och löser ekvationen $90x + 50 = 500$ +1 E_B

Korrekt svar med godtagbar tolkning ("För 500 kr kan man hyra cykel i fem dagar") +1 E_M

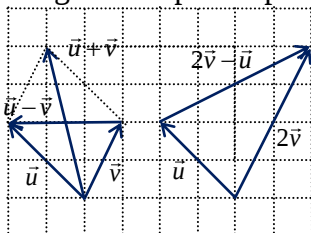
c) Anger godtagbar definitionsmängd ($0 < x \leq 7$ eller $1 \leq x \leq 7$) +1 E_B

Anger utifrån definitionsmängden godtagbar värdemängd.

($50 < y \leq 680$ eller $140 \leq y \leq 680$) +1 C_B

4.

Vi gör $\vec{v}$ dubbelt så lång, dvs. $2\vec{v}$. Vi låter sedan $2\vec{v}$ och $\vec{u}$ börja i samma punkt. $2\vec{v} - \vec{u}$ går från spetsen på $\vec{u}$ till spetsen på $2\vec{v}$.



5. Antag att $\vec{a}$ har koordinatframställningen

$$\vec{a} = (x, y).$$

Om vektorn avsätts med startpunkten i origo (0, 0), så hamnar vektorns spets i i punkten (x, y). Triangeln med hörnen i (0, 0), (x, 0) och (0, y) är rätvinklig med hypotenusan 8. Trigonometri ger

$$x = 8 \cdot \cos 30^\circ =$$

$$y = 8 \cdot \sin 30^\circ =$$

$$\vec{a} = (4\sqrt{3}, 4)$$

Svar: $\vec{a} = (4\sqrt{3}, 4)$

(0/1/0)

6.

a) -1

+1 E_B

b) $x = 0$ eller $x = 4$

Ett korrekt svar

+1 E_B

Båda nollställena

+1 C_B

7.

a) $y = 1850000 \cdot 1,06^x$

Korrekt svar + C_m

b) Ca 6% +C

c) Efter 8,3 år

Godtagbar ansats, till exempel påbörjar godtagbar metod eller ställer upp en ekvation + C_{pl}

med i övrigt godtagbar lösning och svar. + C_{pl}

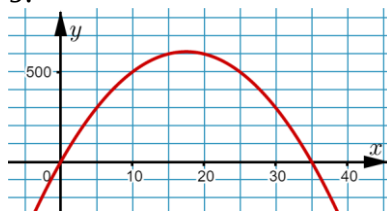
8.

$$y = kx \Rightarrow k = \frac{y}{x} = \frac{50}{25} = 2$$

$y = 2x$ +1 E_p

$y(180) = 2 \cdot 180 = 360 \text{ gram}$ +1 C_p

9.



Skärning med x -axeln och högsta koordinaten i skissen är rimlig.

+ E_p

b)

17,5 m och 35 m.

"Grafen ger att arean är störst då $x=17,5$, detta är alltså kortsidans längd. Långsidans längd blir då $70 - 2 \cdot 17,5 = 35$ "

Godtagbar lösning och svar.

Definitionsmängd: $0 < x < 35$

Värdemängd: $0 < y \leq 612,5$

Anger definitionsmängd eller värdemängd med ord, eller med uttryck. $<<$ istället för $\leq$ godtas.

Anger definitionsmängd och värdemängd med korrekt matematiskt språk.

+ A_b

10. Ställer upp sambandet $5 \cdot (5x + b) + 2 = 5 \cdot (5x + 2) + b$ +1 A_B

$$25x + 5b + 2 = 25x + 10 + b \Leftrightarrow 4b = 8 \Leftrightarrow b = \frac{8}{4} = 2 \quad +1 A_B$$

11. Vi räknar på 1,000 liter dryck.

2,25% etanol är då $0,0225 \cdot 1,000 = 0,0225$ liter

Etanolen väger $m_e = \rho \cdot V = 0,789 \cdot 0,0225 = 0,01775$ kg

Vattenvolymen är $1,000 - 0,0225 = 0,9775$ liter

Vattnet väger

$m_v = \rho \cdot V = 1,00 \cdot 0,9775 = 0,9775$ kg

Andelen etanol är $\frac{\text{delen}}{\text{det hela}} = \frac{0,01775}{0,01775 + 0,9775} = 0,0178 = 1,8\%$

Svar: 1,8% (viktprocent)

0/0/1: På god väg.

0/0/1: Fullständig lösning med korrekt svar.